



ΜΑΘΗΜΑ : **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΒΑΘΜΟΣ :

ΘΕΜΑ : **ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ)**

ΟΝΟΜΑ :

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :

ΘΕΜΑ 1^ο

(μονάδες 5 + 10 + 5)

- A. Έστω $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \theta$. Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις της στήλης A με τις ισοδύναμες στη στήλη B.

A	B
A. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$	1. $\theta < 90^\circ$
B. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} > 0$	2. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \vec{\beta} $
Γ. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} < 0$	3. $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$
Δ. $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$	4. $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$
E. $\vec{\alpha} \updownarrow \vec{\beta}$	5. $ \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$
	6. $\theta > 90^\circ$

A	
B	
Γ	
Δ	
E	

- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με (Σ) σωστό ή (Λ) λάθος

i) Αν $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$ τότε $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$

ii) $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\gamma} = (\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}) \cdot \vec{\alpha}$

iii) $\vec{\alpha} \cdot (\lambda \vec{\beta}) = \lambda (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})$

iv) $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

v) $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})^2 = \vec{\alpha}^2 \cdot \vec{\beta}^2$

vi) $\vec{\alpha}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{0}$

vii) $\vec{i} \cdot \vec{j} + \vec{i}^2 = 1$

viii) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$

ix) Αν $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$ τότε $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$

x) $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ και $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε $x_1 y_1 + x_2 y_2 = 0$

- Γ. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$, να αποδείξετε ότι

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$$

ΘΕΜΑ 2^ο**(μονάδες 20)**

Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$,
 $(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \perp (\vec{\alpha} - \vec{\beta})$ και $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = \sqrt{12}$

ΘΕΜΑ 3^ο**(μονάδες 20)**

Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = \sqrt{3}$, $|\vec{\gamma}| = \sqrt{21}$ και $3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$, να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

ΘΕΜΑ 4^ο**(μονάδες 40)**

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με A(-2,4), B(-2,1), Γ(3,1) και AM διάμεσος

i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

ii) Να βρείτε το $\text{συν}(\widehat{AB}, \widehat{AM})$

iii) Να βρείτε σημείο P πάνω στον άξονα γ'γ έτσι ώστε $|\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{\Gamma P}|$

iv) Να βρείτε το $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$